Capacités mises en œuvre :

- ☐ Utiliser une balance de précision.
- ☐ Repérer la position d'un centre de masse.
- ☐ Mesurer un moment d'inertie à partir d'une période.
- ☐ Réaliser l'étude énergétique d'un pendule pesant et mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.

Objectifs :

- Mesurer le moment d'inertie d'un solide en rotation et étudier sa variation quand on déplace les masses qui le constituent.
- Comparer les oscillations d'un pendule pesant au modèle du pendule simple.

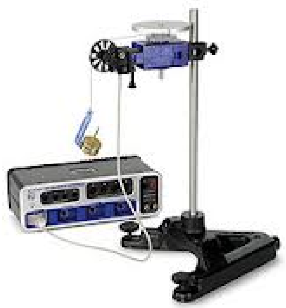
Matériel :

- *poulies avec capteur de rotation, masses marquées, fils, tige métallique ;*
- *balance ;*
- *logiciels* `Capstone`, `SciDavis`*…*

> On veillera très soigneusement à ne pas égarer la vis maintenant la tige sur l'axe de rotation.

I Rotation dans un plan horizontal : expérience de l'« hélicoptère »

Un fil est enroulé autour d'un capteur de rotation de rayon a et d'axe vertical. Il passe ensuite autour d'une autre poulie d'axe horizontal pour finir vertical. On fixe une masse m_0 à son extrémité libre. Une tige homogène est fixée rigidement au capteur de rotation par son centre de masse G. La chute de la masse m_0 entraîne la rotation de l'ensemble de la tige et du capteur. Le moment d'inertie de la tige peut être modifié en lui ajoutant deux masses m symétriquement de G. On note r la distance de leurs centres d'inertie à G.



Le logiciel `Capstone` permet d'enregistrer l'évolution au cours du temps de la position angulaire θ et de la vitesse $\omega = \dot{\theta}$ de l'ensemble.

I.1 Modèle

On note J_{tige} le moment d'inertie par rapport à l'axe Gz vertical de l'ensemble de la tige. On néglige tout frottement et on considère le fil idéal.

Questions :

- ✍ *À quelle condition portant sur la géométrie du dispositif peut-on écrire que le moment d'inertie du solide formé de la tige et des deux masses m par rapport à l'axe de rotation du capteur est $J = J_{tige} + 2mr^2$. On supposera cette condition réalisée par la suite.*
- ✍ *Appliquer la loi du moment cinétique au solide formé de la tige et des deux masses m et celle de la quantité de mouvement à la masse m_0 pour montrer que la vitesse angulaire ω varie selon :*

$$\left(J + m_0 a^2\right) \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = m_0 g a.$$

Le mouvement est alors uniformément accéléré.

I.2 Mouvement uniformément accéléré

> On n'ajoute pas les deux masses m pour commencer.

Manipulations :

- *Observer l'évolution de ω quand le dispositif est entraîné par la chute de la masse m_0. Dans quel domaine les frottements sont-ils négligeables ?*
- *Enregistrer le mouvement pour différentes valeurs de m_0 pour lesquelles les frottements peuvent être négligés pendant une bonne partie du mouvement.*

Exploitation :

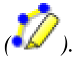
- *Déterminer les accélérations angulaires $\dot{\omega}$ pour chacun des enregistrements.*
- *Vérifier que les valeurs obtenues sont bien compatibles avec $J_{tige} = m_{tige}\ell^2/12$ pour une tige de longueur $\ell = 38\,\mathrm{cm}$ et de masse $m = 28\,\mathrm{g}$.*

I.3 Modifications de J ⌚

Manipulations :

Reprendre les mesures précédentes en ajoutant les deux masses $m = 75\,\mathrm{g}$ pour différentes valeurs de la distance d à laquelle leurs centres d'inertie sont placés de part et d'autre de G.

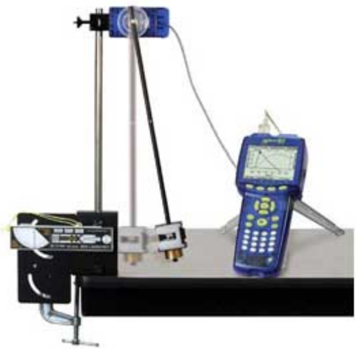
Exploitation :

- *Calculer la valeur de $\dot{\omega}$ pour chacune des valeurs de r.*
- *Vérifier par un ajustement numérique sa variation avec r. On pourra utiliser l'outil d'ajustement numérique (icône ) après avoir choisi les données de travail ().*

II Oscillations du pendule pesant

II.1 Modèle

L'axe du capteur est maintenant vertical. On y fixe la tige par une extrémité. On peut fixer une masse m à une distance variable de l'axe de rotation.
On fixe également une autre masse de l'autre côté de l'axe, assez proche pour que la fréquence des petites oscillations reste supérieure à $\simeq 2\,\text{Hz}$.
On réalise ainsi un pendule pesant.On note d la distance entre son centre de masse G et l'axe de rotation.
On désigne par J le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation du capteur de l'ensemble de la tige et de la masse m.



Questions :

On note $m_{tot} = m_{tige} + 2m$ la masse totale du pendule pesant.

- ✍ *Établir l'expression de l'énergie mécanique du pendule.*
- *Montrer que pour un pendule lâché sans vitesse de l'horizontale la vitesse angulaire maximale aura pour expression :*

$$\omega = \sqrt{\frac{2m_{tot}gd}{J}}.$$

  Déterminer également sa valeur quand il est lâché sans vitesse initiale d'un angle de $\pi/4$.

- *Montrer que la période des oscillations de faible amplitude est :*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{m_{tot}gd}}.$$

II.2 Mesure d'un moment d'inertie

Manipulations :

- *Proposer un protocole de détermination de la position du centre de masse en utilisant simplement un fil.*
- *Mesurer la masse de l'ensemble du pendule.*
- *Mesurer la période de ses oscillations de faible amplitude ainsi que sa vitesse angulaire maximale quand il est lâché d'un angle d'environ $\pi/4$.*
- *Enregistrer le mouvement depuis une amplitude importante (environ $\pi/4$) jusqu'au repos.*

Exploitation :

- *Déduire de la valeur de sa période celle de son moment d'inertie.*
- *Tracer l'évolution de l'énergie mécanique en fonction du temps. On pourra utiliser l'outil « Calculs » (icône). Ajuster par une fonction exponentielle et en déduire une constante de temps.*

II.3 Influence de la géométrie⌚

Questions :

- ✍ *Justifier, en utilisant l'expression de J_{tige} de la configuration précédente, que le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe de rotation du capteur est maintenant $J_{tige} = m_{tige}\ell^2/3$.*
- ✍ *À quelle condition portant sur la géométrie du dispositif peut-on écrire que $J = J_{tige} + mr^2$. Quel sera alors le moment du poids de la masse m par rapport à l'axe ? On supposera cette condition réalisée par la suite. En déduire l'expression de la période des petites oscillations.*

Manipulations :

- *Enregistrer l'évolution temporelle de θ lors d'oscillations de faible amplitude. Comment s'assurer qu'on est bien dans le cadre des faibles amplitudes.*
- *Réaliser plusieurs enregistrements pour différentes valeurs de r.*

Exploitation :

- *Mesurer la période T pour chaque valeur de r.*
- *Tracer T en fonction de r dans `SciDavis`. Vérifier l'accord avec l'expression **??** par un ajustement numérique.*